

基于能量模型的三维穿透裂纹扩展研究

高 潮, 伍黎明, 何宇廷, 张 腾, 侯 波

(空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038)

摘 要: 利用能量释放率与应力强度因子的关系, 给出了裂纹尖端的有效能量释放率; 裂纹稳定扩展时有效能量释放率恰好等于裂纹扩展阻力, 利用裂纹尖端前沿各点的有效能量释放率相等关系, 提出了一种基于能量模型的三维穿透裂纹扩展形貌计算方法, 可以计算不同厚度试样的三维穿透裂纹扩展形貌, 并通过不同厚度单侧裂纹板的有限元仿真计算和试验进行了验证. 仿真与试验结果表明: 利用基于能量模型的三维穿透裂纹扩展形貌计算方法可以确定三维结构的裂纹扩展形貌; 随着单侧裂纹板厚度的增加, 裂纹尖端“隧道效应”消失, 裂纹扩展形貌转变为“马鞍”形; 试样自由面处的裂纹扩展速率要小于中面处的裂纹扩展速率.

关 键 词: 能量释放率; 应力强度因子; 三维穿透裂纹; 裂纹扩展形貌; 三轴应力约束

中图分类号: V216.3

文献标志码: A

Study on three-dimensional through-thickness crack growth based on energy model

GAO Chao, WU Li-ming, HE Yu-ting, ZHANG Teng, HOU Bo

(Aeronautics and Astronautics Engineering College,
Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: The effective energy release rate at crack tip was given by using the relation between energy release rate and stress strength factor. The effective energy release rate was equal to crack growth resistance at the crack growth, and the calculation method of three-dimensional through-thickness crack growth profile based on energy model was presented according to the equality relation of effective energy release rate for the crack tip front edge; the three-dimensional through-thickness crack growth profile of different thickness specimens could be calculated by using this method, and the finite element simulation and tests for single edge crack plates of different thickness were conducted to validate the calculation method. The simulation and test results show that the method of three-dimensional through-thickness crack growth profile based on energy model can be used to calculate crack growth profile of three-dimensional structures. The “crack tunneling” of crack tip disappears when the thicknesses of single edge crack plates increase, and the crack growth profile turns into “saddle shape”. The crack growth rate at specimen surface is smaller than crack growth rate at specimen middle face.

Key words: energy release rate; stress strength factor;
three-dimensional through-thickness crack; crack growth profile;
tri-axial stress constraint

现行的损伤容限技术主要建立在二维断裂理论的基础之上,然而工程中的大量结构都是三维结构,且现实结构中三维穿透裂纹扩展形貌难以准确判读,多数情况下只能依据自由面裂纹长度来评估结构健康状态,预测结构剩余寿命.多数文献^[1-6]结合三维有限元分析与有限厚度试样裂纹扩展试验,发现裂纹的扩展可以划分为两个阶段:初始裂纹扩展阶段与稳态裂纹扩展阶段.处于初始裂纹扩展阶段时,裂纹扩展形貌与初始形貌有关;而处于稳态裂纹扩展阶段时,裂纹扩展形貌则趋向于演化成相互平行的,具有相似形状的曲线形貌,裂纹在沿厚度方向的扩展速度几乎是一样的,且呈现抛物线形状,“隧道效应”明显.

对于裂纹扩展的能量模型研究也取得了一些成果^[7-10].文献[7]从能量平衡的角度出发,提出了一种适用于描述延性固体中裂纹扩展的理论.文献[8]对该模型进行了发展,认为在特定材料中裂纹扩展单位长度所需要的能量与能量的释放方式无关,即不论单调载荷情况还是疲劳载荷情况,在每一循环周次中裂纹扩展单位长度时所吸收的能量与循环塑性区内的塑性消耗功相等.基于有效能量准则,文献[9-10]提出了一种疲劳裂纹扩展模型,并进行了理论分析和试验验证,但该模型仅针对试样处于平面应力下的情况,没有反映试样的厚度效应.

目前,对于处于平面应变状态的厚板的裂纹扩展形貌定量计算与试验分析鲜有报道,其裂纹扩展形貌是否存在“隧道效应”也未能得到试验证

明.本文基于能量准则提出了一种基于能量模型的三维穿透裂纹(以下简称三维裂纹)扩展形貌计算方法.对单侧裂纹板开展了三维弹塑性有限元分析,计算得到了不同厚度板的裂纹尖端约束因子沿厚度方向的分布,并对不同厚度板的裂纹扩展形貌进行了仿真计算与试验分析.

1 三维裂纹尖端场的描述

1.1 三轴应力约束参数

三维裂纹与二维裂纹最本质的区别可以通过三轴应力约束参数 T_z 来描述.对于典型的穿透直裂纹,可将 P 点固定于试样中心面上,如图 1 所示.定义三轴应力约束参数为

$$T_z = \frac{\sigma_{33}}{\sigma_{11} + \sigma_{22}} \tag{1}$$

式中的下标 1,2,3 分别表示 x,y,z 或 r,θ,z ; σ 为应力.

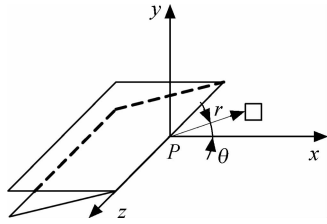


图 1 穿透直裂纹的坐标

Fig. 1 Coordination of straight through-thickness crack

对于穿透裂纹情况,三轴应力约束参数 T_z 可以近似表示为^[11]

$$T_z = \frac{1}{2} \left[1 - (1 - 2\nu) \left(\frac{r}{\bar{r}_p} \right)^{\frac{n-1}{2.3n+1}} \right] \cdot \left[1 - 1.218 \left(\frac{r}{B} \right)^{0.5} - 0.359 \left(\frac{r}{B} \right) + 0.361 \left(\frac{r}{B} \right)^{1.5} \right] \cdot \left[1 - \left| \frac{2z}{B} \right|^{\frac{0.94}{\left(\frac{r}{B} \right)^{0.58}}} \right]^2 \tag{2}$$

其中 ν 为泊松比, $\bar{r}_p$ 为 $\theta=0^\circ$ 时裂纹尖端穿透厚度的平均塑性区尺寸, B 为厚度, n 为材料的 Ramberg-Osgood 硬化指数,对于铝合金, n 取为 33^[12].

1.2 能量释放率与应力强度因子的关系

能量释放率表示裂纹由某一端点向前扩展一个单位长度时,平板每单位厚度所释放出来的能量,通常以 G 表示.能量理论与应力强度因子理论都是在线弹性条件下解决裂纹问题,因此这两种理论的主要参量 G 与应力强度因子 K 之间必然存在某种对应关系.

如图 2 所示, a 为裂纹长度, Δa 为裂纹长度 a 的增量.裂纹扩展 Δa 时,原裂纹尖端前沿在 Δa

上的分布拉应力(图 2(a))由 σ_y 变化到 0,原 Δa 位置上的材料开裂成新的裂纹自由面.上下两自由面的位移由 0 变化到 V ,如图 2(b)所示.在这一过程中, σ_y 所做的松弛功为

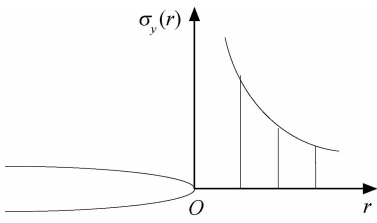
$$W' = 2 \int_0^{\Delta a} \frac{1}{2} \sigma_y(r) V(r') B dr \tag{3}$$

再由能量释放率 G 的定义,有

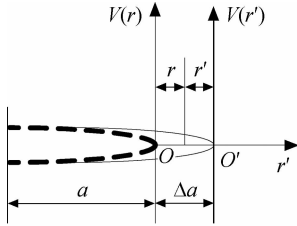
$$G = \frac{W'}{B \Delta a} = \frac{1}{B \Delta a} \int_0^{\Delta a} \sigma_y(r) V(r') B dr \tag{4}$$

文献[13]给出了 $\sigma_y(r)$ 和 $V(r')$ 表达式为

$$\sigma_y(r) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \tag{5}$$



(a) 裂纹扩展前



(b) 裂纹扩展后

图 2 裂纹扩展松弛功计算

Fig. 2 Calculation of crack growth relaxing work

$$V(r') = \frac{K_I}{E} \sqrt{\frac{2r'}{\pi}} \sin \frac{\theta'}{2} \left[2(1 - \nu T_z) - (1 + \nu) \cos^2 \frac{\theta'}{2} \right] + \frac{\sigma}{E} r' (\nu + \nu T_z) \sin \theta' \quad (6)$$

将 $\sigma_y(r)$ 和 $V(r')$ 的表达式代入式(4), 可得

$$G =$$

$$\frac{1}{B\Delta a} \int_0^{\Delta a} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{2K_I}{E} \sqrt{\frac{2(\Delta a - r)}{\pi}} (1 - \nu T_z) B dr \quad (7)$$

积分上式可得

$$G = \frac{K_I^2}{E} (1 - \nu T_z) \quad (8)$$

其中 $T_z=0$ 表示平面应力状态, $T_z=1$ 表示平面应变状态. K_I 为 I 型裂纹尖端应力强度因子, E 为弹性模量.

2 基于能量模型的三维裂纹扩展形貌计算方法

2.1 裂纹尖端沿厚度方向的闭合效应

对于穿透直裂纹的闭合效应, Newman^[14] 基于有限元计算的结果提出了一个基于约束因子 α 的经验公式, 裂纹闭合系数为

$$U = \frac{1 - f}{1 - R_s} \quad (9)$$

其中

$$f = \frac{K_{op}}{K_{max}} =$$

$$\begin{cases} A_0 + A_1 R_s + A_2 R_s^2 + A_3 R_s^3 & R_s \geq 0 \\ A_0 + A_1 R_s & -2 \leq R_s < 0 \end{cases}$$

$$A_0 = (0.825 - 0.34\alpha + 0.05\alpha^2) \cdot \left(\cos \frac{\pi\sigma_{max}}{2\sigma_f} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$A_1 = (0.415 - 0.071\alpha) \cdot \frac{\sigma_{max}}{\sigma_f}$$

$$A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3$$

$$A_3 = 2A_0 + A_1 - 1$$

其中 σ_{max} 为每一循环中的最大应力, $\sigma_f = (\sigma_y + \sigma_u)/2$ 为流变应力, σ_y 为材料屈服强度, σ_u 为材料极限强度, R_s 为应力比. K_{max} 为应力强度因子峰值, K_{op} 为张开应力强度因子.

文献[15]给出了不考虑厚度效应的应力强度因子表达式

$$K = \sigma \left(\pi a \sec \frac{\pi a}{2W} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

其中 W 为板宽.

目前, 裂纹闭合系数沿裂纹尖端的变化情况仍不清楚, 尚无关于约束因子 α 沿厚度方向的分布函数式. 因此, 在尚无可依据的情况下, 本文采用有限元计算所得的 α' 作为约束因子 α , 再依据式(9)可以得到裂纹尖端沿厚度方向各点的裂纹闭合系数 U_i .

文献[12]的研究结果表明, 三轴应力状态(厚度效应)对约束因子 α 影响较大, 而材料的应变硬化、裂纹长度、载荷水平对约束因子 α 影响较小, 工程上可忽略(误差小于 15%). 因此本文假设在一定载荷水平下, 不同长度裂纹尖端各点的约束因子 α 具有相同的函数分布, 自变量为试样归一化厚度, 即 z/B .

2.2 三维裂纹扩展形貌计算方法

根据平面和三维状态下能量释放率 G 与应力强度因子 K 的关系可知, 在板的三维断裂问题中, 裂纹尖端前沿任一点的能量释放率 G 与应力强度因子 K 的平方成正比, 裂纹尖端前沿各点的有效能量释放率可以表示为

$$G_{eff} = \frac{\Delta K_{eff}^2}{E} (1 - \nu T_z) \quad (11)$$

其中 ΔK_{eff} 是有效应力强度因子幅值, 可以通过裂纹闭合系数 U 计算得到

$$\Delta K_{eff} = K_{max} U (1 - R_s) \quad (12)$$

对于三维裂纹, 靠近自由面的裂纹尖端处于平面应力状态^[16], 约束因子 $\alpha=1$, 通过式(9)计算可以得到自由面附近点的裂纹闭合系数 U_s . 对于穿透直裂纹, 自由面裂纹尖端的应力强度因子峰值 K_{smax} 可以由式(10)求得, 记为 K_{smax0} . 考虑到三维裂纹尖端前沿的曲线形状, 令自由面裂纹尖端

$K_{\text{max}} = CK_{\text{smax0}}$, C 为常数. 则自由面裂纹尖端的有效应力强度因子幅值为

$$\Delta K_{\text{effs}} = CK_{\text{smax0}} U_s (1 - R_s) \quad (13)$$

对于平面应力状态, 三轴应力约束参数 T_z 为 0, 从而得到自由面裂纹尖端的有效能量释放率为

$$G_{\text{effs}} = \frac{\Delta K_{\text{eff}}^2}{E} = \frac{[CK_{\text{smax0}} U_s (1 - R_s)]^2}{E} \quad (14)$$

在裂纹稳定扩展过程中, 有效能量释放率恰好等于裂纹扩展阻力 R (如果低于裂纹扩展阻力, 裂纹将停止扩展; 如果高于裂纹扩展阻力, 则将发生失稳断裂), 即

$$G_{\text{eff}} = R \quad (15)$$

裂纹扩展阻力 R 为材料常数. 因此可认为, 裂纹稳定扩展时, 其前沿各点的有效能量释放率相等. 计算裂纹尖端 i 点的有效能量释放率 G_{effi} , 并令其值与 G_{effs} 相等, 即

$$\frac{[CK_{\text{smax0}} U_s (1 - R_s)]^2}{E} = \frac{[K_{\text{imax}} U_i (1 - R_s)]^2 (1 - \nu T_z)}{E}$$

则得出

$$C^2 U_s^2 K_{\text{smax0}}^2 = U_i^2 K_{\text{imax}}^2 (1 - \nu T_z) \quad (16)$$

$$\frac{K_{\text{imax}}}{C} = \frac{U_s K_{\text{smax0}}}{U_i \sqrt{(1 - \nu T_z)}}$$

运用有限元分析软件, 如 FRANC3D 6.0 等, 计算三维裂纹尖端各点的应力强度因子. 采用文献[17]的试探迭代法, 通过试探选取 C 的值, 使裂纹扩展形貌满足其尖端各点的应力强度因子与 C 的比值与依据式(16)求出的稳态扩展裂纹尖端对应 i 点处的 K_{imax}/C 相等, 从而通过迭代计算求出裂纹扩展形貌.

3 单侧裂纹板三维裂纹扩展形貌分析

3.1 弹塑性有限元分析

单侧裂纹板三维模型如图 3 所示.

考虑几何及约束对称性, 选取 1/4 板 (图 3 中阴影部分) 分别建立了厚度 B 为 5, 10, 20, 40, 60 mm, 无量纲裂纹长度 $2a/W = 0.5$ 时的三维有限元模型. 材料弹性模量设为 70 GPa, 泊松比为 0.33. 采用经典的双线性随动强化 (BKIN) 理论模拟材料的弹塑性, 令屈服应力 $\sigma_y = 462$ MPa, 切向斜率 $E_t = 3\ 090$. 采用 20 节点结构实体单元 SOLID95 进行网格划分, 见图 4(a). 为了反映裂

纹尖端特别是靠近自由面的处于平面应力状态区域的三轴应力梯度, 对这些区域的网格进行细化, 见图 4(b).

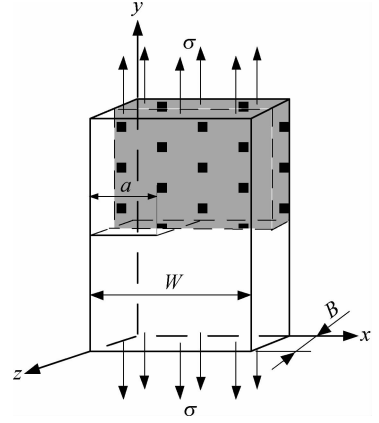


图 3 单侧裂纹板三维模型

Fig. 3 Three-dimensional model of single edge crack plates

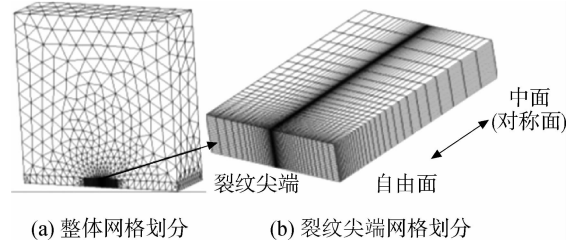


图 4 $B=60$ mm 单侧裂纹板有限元网格划分

Fig. 4 Finite element mesh of single edge crack plates for $B=60$ mm

对模型施加均布拉伸载荷 $\sigma = 45.678$ MPa, 满足 $K/\sigma_f \sqrt{W} = 0.33$, $2a/W \leq 0.6$ 时的应力强度因子 K 的表达式为^[18]

$$K = \sigma F \sqrt{\pi a} \quad (17)$$

其中

$$F = 1.12 - 0.23 \frac{a}{W} + 10.6 \left(\frac{a}{W} \right)^2 - 21.7 \left(\frac{a}{W} \right)^3 + 30.4 \left(\frac{a}{W} \right)^4$$

求解后裂纹尖端等效应力分布如图 5 所示.

从图 5 可以看出, 随着厚度的增加, 中面裂纹尖端的等效应力较自由面的等效应力先大后小, 且这种变化趋势随着厚度的增加逐渐减弱, 当厚度增大到平面应变占主导地位时, 除了位于自由面的极小部分平面应力区域外, 其余裂纹尖端等效应力沿厚度的分布基本一致. 这说明裂纹尖端等效应力沿厚度的分布不是均匀的, 等效应力最

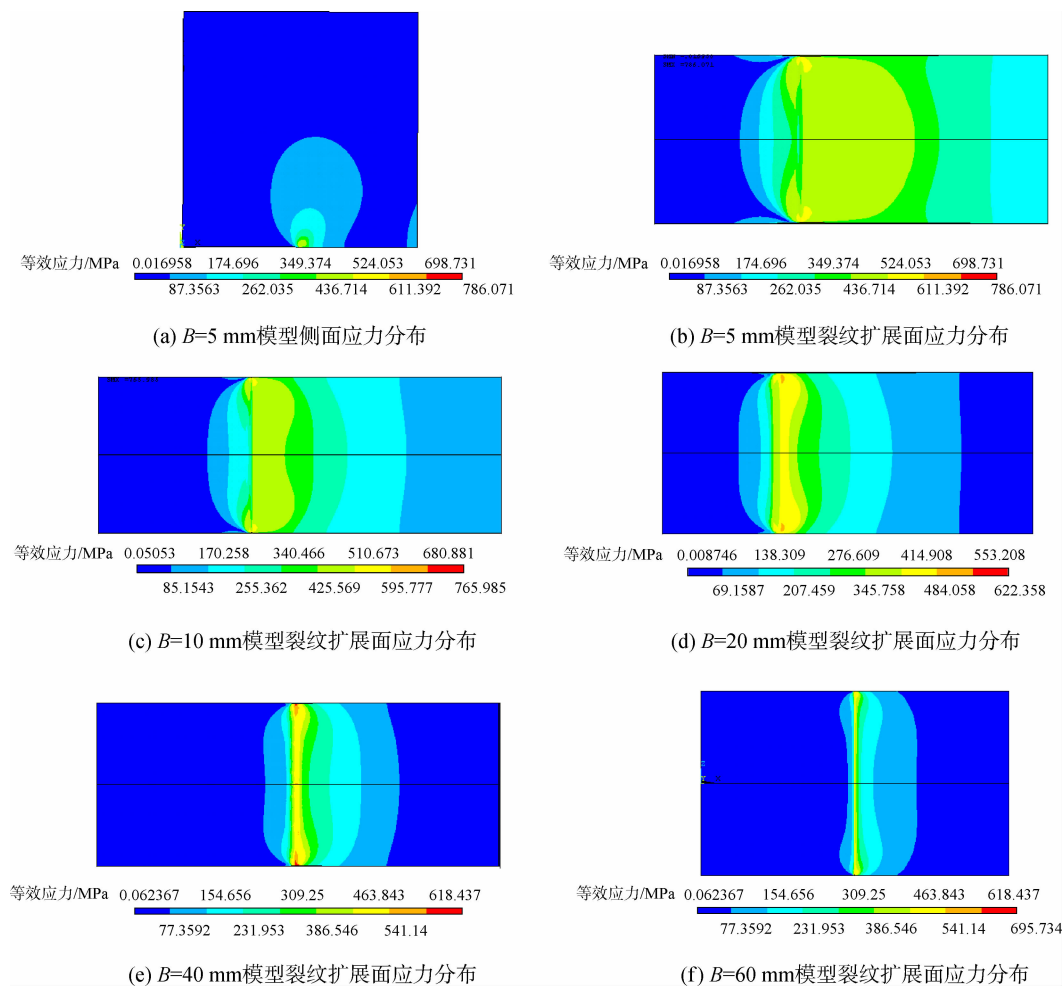


图 5 不同厚度有限元模型应力分布

Fig. 5 Stress distribution of finite element model for different thicknesses

大值及其位置与厚度有关. 当厚度较小时, 中面的等效应力最大, 随着厚度的增加等效应力最大值的位置逐渐向板边缘移动, 板越厚等效应力最大值的位置距板中面越远.

3.2 不同厚度板的裂纹尖端约束因子

对于单侧裂纹板, 鲜有文献给出沿厚度方向裂纹尖端各点约束因子. 本文基于三维弹塑性有限元分析结果, 计算了厚度为 5, 10, 20, 40, 60 mm 单侧裂纹板裂纹尖端各点的约束因子, 如图 6 所示.

3.3 三维裂纹扩展形貌计算

分别考虑厚度为 5, 10, 20, 40, 60 mm 单侧裂纹板裂纹稳态扩展情况. 根据式 (16) 迭代计算求出不同厚度板的三维裂纹扩展形貌. 图 7 为不同厚度板裂纹尖端各点 K_{imax}/C 曲线与对应的裂纹扩展形貌.

人们普遍认为, 裂纹在扩展过程中表现为“隧道效应”(crack tunneling) 的特征^[1-2], 即对于包

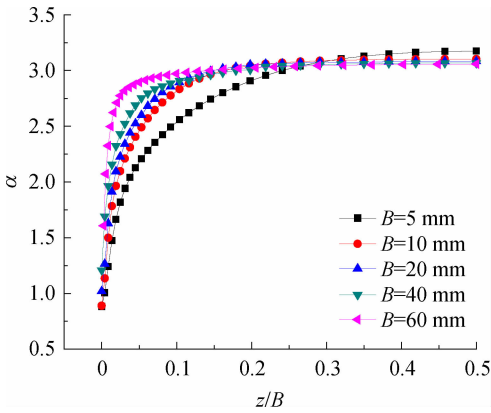
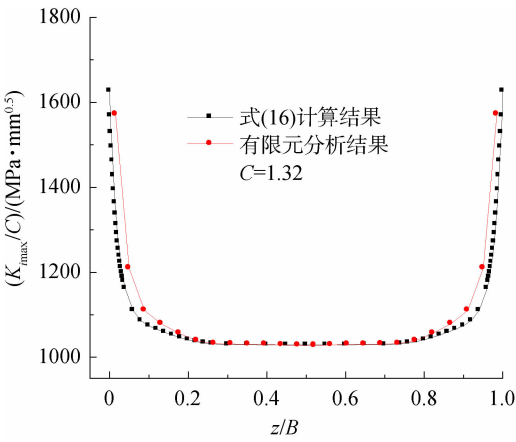


图 6 不同厚度板的约束因子

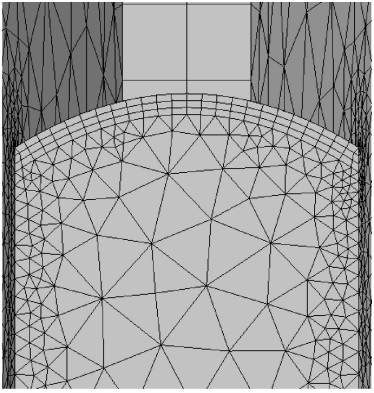
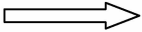
Fig. 6 Constraint factor for different thickness plates

含有初始直裂纹尖端前沿的穿透裂纹试样, 随着试样经受循环加载, 中心层裂纹尖端前沿首先向前扩展, 其余裂纹尖端前沿随后扩展, 形成了指甲盖形状的裂纹尖端前沿形貌, 称之为“隧道效应”.

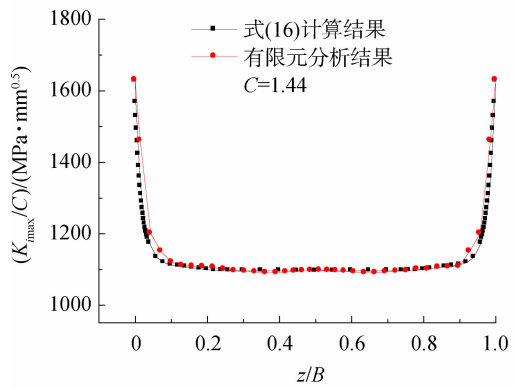
由图 7 发现, 随着厚度的增加, 计算得到的裂



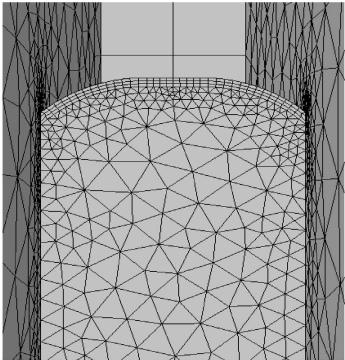
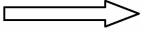
对应裂纹扩展形貌



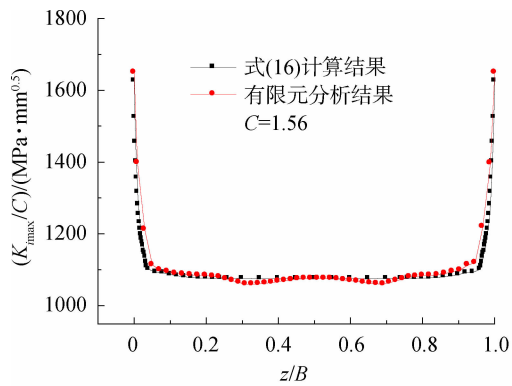
(a) $B=5 \text{ mm}$



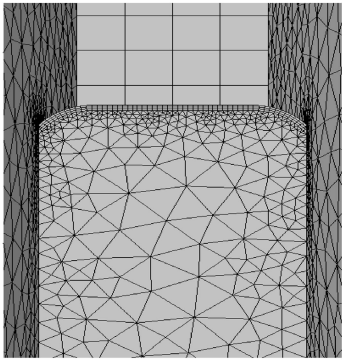
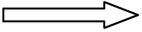
对应裂纹扩展形貌



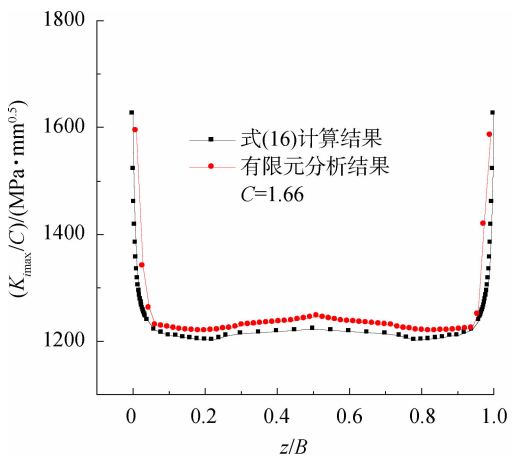
(b) $B=10 \text{ mm}$



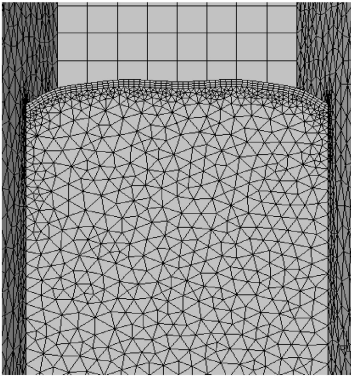
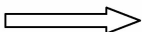
对应裂纹扩展形貌



(c) $B=20 \text{ mm}$



对应裂纹扩展形貌



(d) $B=40 \text{ mm}$

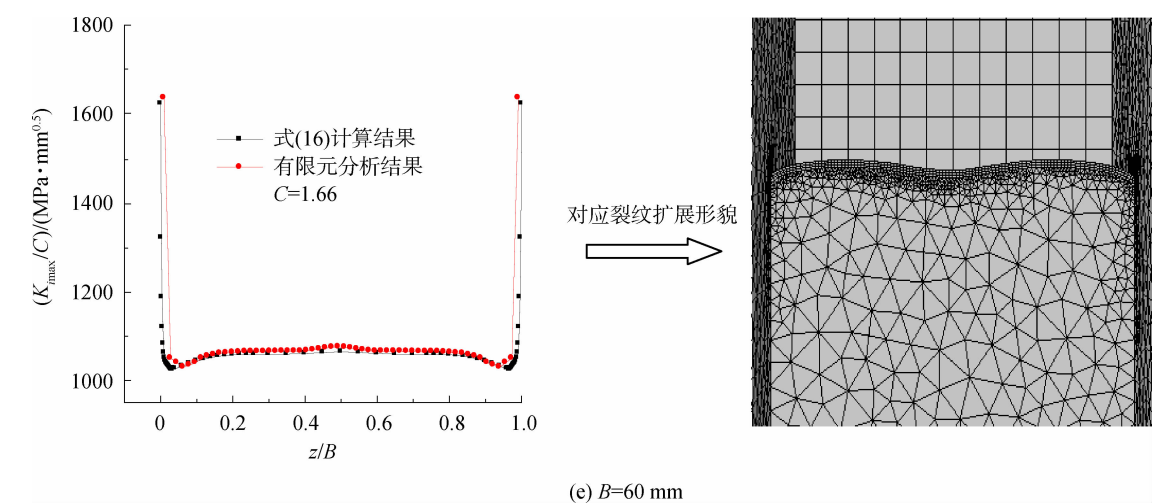


图 7 不同厚度板裂纹尖端各点 K_{Imax}/C 曲线与对应的裂纹扩展形貌

Fig. 7 Crack growth profile and K_{Imax}/C curve at crack tip for different thickness plates

纹尖端前沿形貌“隧道效应”逐渐减弱,当厚度超过 20 mm 时,裂纹尖端前沿形貌由“指甲盖”形逐渐转变为“马鞍”形,不妨称之为“反隧道效应”。

3.4 单侧裂纹板三维裂纹扩展形貌的试验验证

为了验证上述计算分析的结果,分别开展了厚度为 20,60 mm 的单侧裂纹板三维裂纹扩展试验.加载方式采用半幅降载匀线法,即经过一定的加载循环次数后,保持匀线阶段的平均应力与常幅加载的平均应力一致,其加载幅度降低到常幅加载幅度的一半,从而使得裂纹扩展速率显著降低,获得清晰的“Beaelunark”分界线,即裂纹扩展形貌.试样的加载情况见表 1.

试验过程中每间隔 3 000 次疲劳载荷循环周期,加入 1 000 次循环周期的匀线载荷,直至试样断裂.每种厚度试样为 3 件,断口形貌如图 8 和图 9 所示.

可以看出,试样断口形貌与图 7 预测裂纹形貌基本一致,一方面验证了本文基于能量模型的

表 1 不同厚度试样的加载情况

Table 1 Loading for different thickness specimens

参数	数值	
厚度/mm	20	60
疲劳扩展载荷峰值/kN	60	100
疲劳扩展载荷谷值/kN	3.6	6
匀线载荷峰值/kN	42.3	70.5
匀线载荷谷值/kN	14.1	23.5

三维裂纹扩展形貌计算方法的正确性,另一方面也回答了前文提出的厚板三维裂纹扩展形貌是否具有“反隧道效应”的问题.仿真计算与试验结果都显示出,随着厚度的增加,裂纹扩展形貌逐渐从“指甲盖”形转变为“马鞍”形.

为了更深入地观察不同厚度板的裂纹扩展情况,对两种厚度试样中面处及自由面处的断口形貌进行了电镜(electron microscope,EMS)扫描,扫描位置如图 10 所示,电镜扫描结果见图 11~图 14.

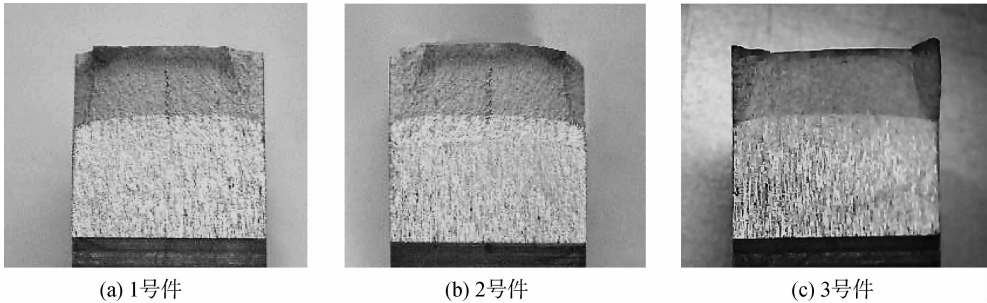


图 8 $B=20$ mm 试样断口形貌

Fig. 8 Fracture profile for $B=20$ mm specimens

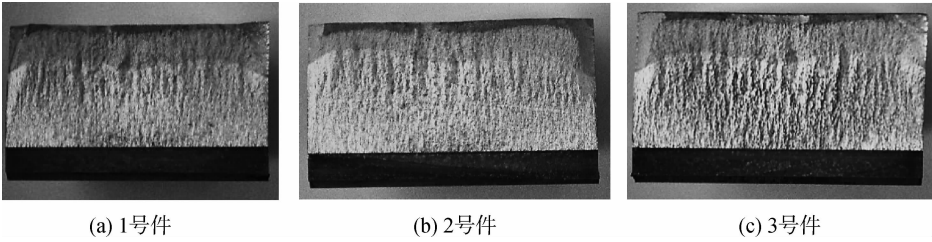


图 9 $B=60\text{ mm}$ 试样断口形貌

Fig. 9 Fracture profile for $B=60\text{ mm}$ specimens

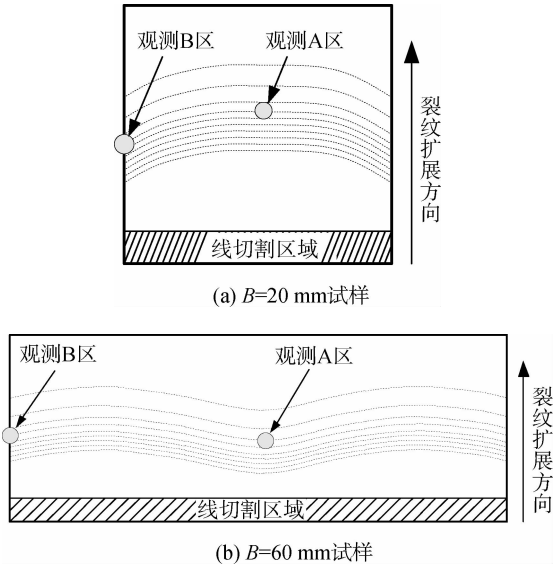


图 10 断口电镜扫描观测区域

Fig. 10 EMS fracture scanning district

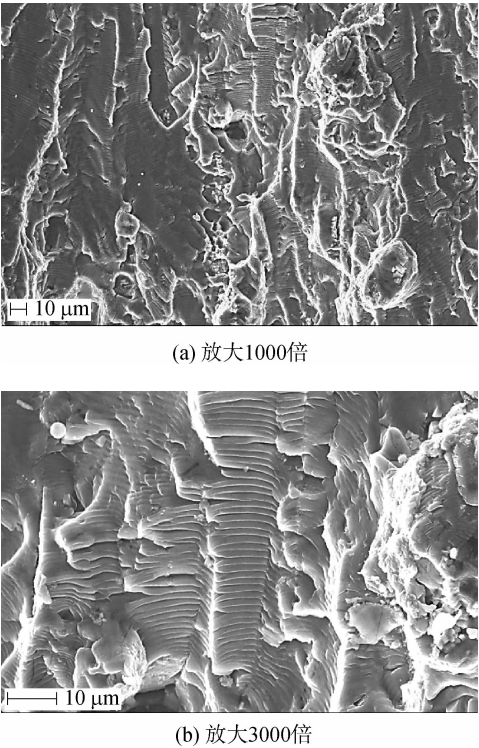


图 11 $B=20\text{ mm}$ 试样 1 号件断口 A 区电镜图

Fig. 11 EMS figure of district A for $B=20\text{ mm}$ specimen 1

可以看出,两种厚度试样中面处(A区)皆有明显的疲劳条带,说明其裂纹前端处于张开型平面应变状态^[18].其中, $B=20\text{ mm}$ 试样的疲劳条带分布较为均匀、平整,其法线方向基本与初始线切

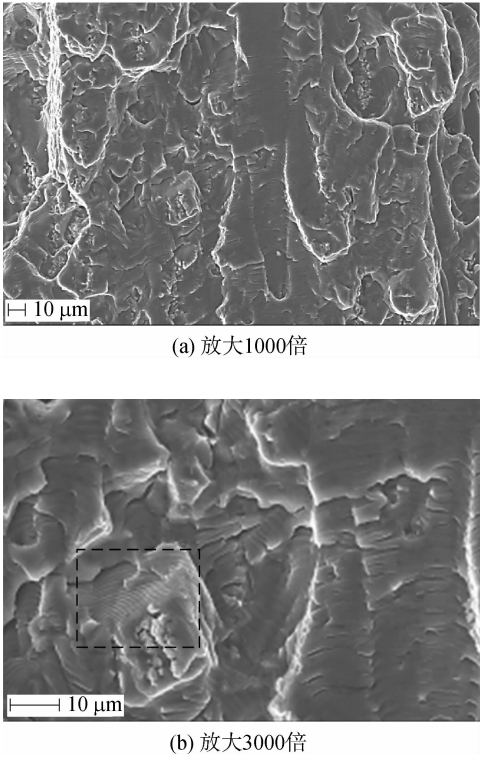
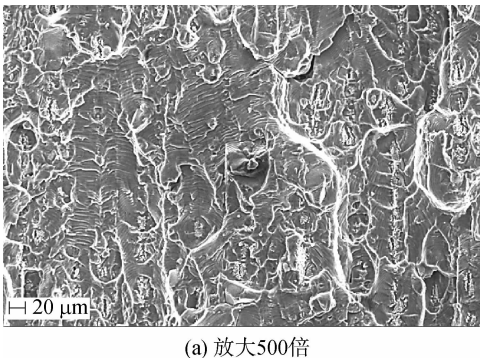
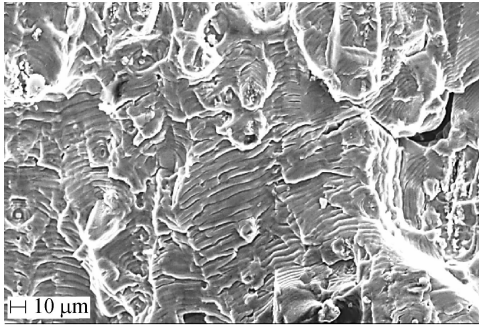


图 12 $B=20\text{ mm}$ 试样 1 号件断口 B 区电镜图

Fig. 12 EMS figure of district B for $B=20\text{ mm}$ specimen 1

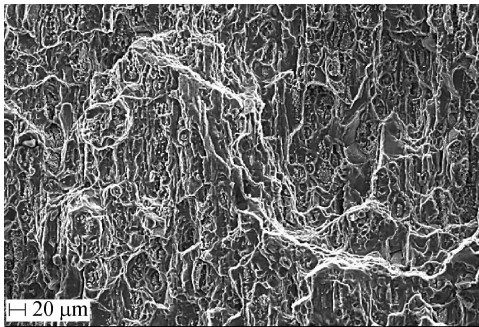


(a) 放大500倍

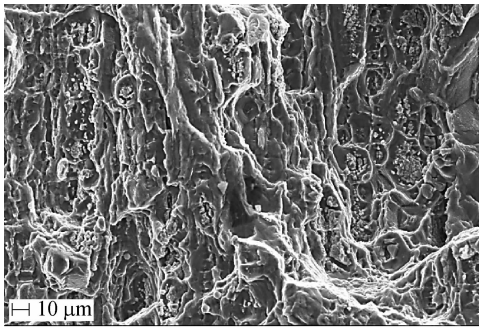


(b) 放大1000倍

图 13 $B=60\text{ mm}$ 试样 1 号件断口 A 区电镜图
Fig. 13 EMS figure of district A for $B=60\text{ mm}$ specimen 1



(a) 放大500倍



(b) 放大1000倍

图 14 $B=60\text{ mm}$ 试样 1 号件断口 B 区电镜图
Fig. 14 EMS figure of district B for $B=60\text{ mm}$ specimen 1

割裂纹垂直,而 $B=60\text{ mm}$ 试样的疲劳条带法线方向与初始线切割裂纹呈约 75° 夹角.在试样自由面处(B区),由图 12(b)中虚线矩形框区域可以看出, $B=20\text{ mm}$ 试样 A 区在放大 3 000 倍下可以观察到相比同样倍率 B 区更为紧密的疲劳条带,说明试样自由面处的裂纹扩展速率要小于中面处的裂纹扩展速率.

4 结 论

1) 基于三维裂纹尖端有效能量释放率理论,

提出了一种三维裂纹扩展形貌计算方法.

2) 试样断口形貌与仿真计算预测裂纹扩展形貌基本一致,验证了本文基于能量模型的三维裂纹扩展形貌计算方法的正确性.

3) 对于单侧裂纹板,当厚度达到 20 mm 以上时,裂纹尖端“隧道效应”消失,并呈“马鞍”形形貌.

参考文献:

- [1] 涂文锋. 16MnR 钢疲劳裂纹扩展形貌和扩展路径试验研究与数值模拟[D]. 杭州:浙江工业大学,2009.
TU Wenfeng. Experimental study and modeling of fatigue crack growth profile and cracking path for 16MnR steel [D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2009. (in Chinese)
- [2] 金江,盛季生. 稳态裂纹扩展前缘形态的研究[J]. 工程力学,2005,22(增刊):62-66.
JIN Jiang, SHENG Jisheng. A study of configuration of propagating crack front[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(Suppl.): 62-66. (in Chinese)
- [3] Kwon S W, Sun C T. Characteristics of three-dimensional stress fields in plates with a through-the-thickness crack [J]. International Journal of Fracture, 2000, 104(3): 289-314.
- [4] Branco R, Antunes F V. Finite element modeling and analysis of crack profile evolution in mode I fatigue middle cracked tension specimens[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(10): 3020-3037.
- [5] Branco R, Rodrigues D M, Antunes F V. Influence of through-thickness crack profile on plasticity induced crack closure[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2008, 31: 209-220.
- [6] 何宇廷,傅祥炯. 铝合金 CCT 试样裂纹扩展三维尺寸效应金相分析[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2002,3(2):5-8.
HE Yuting, FU Xiangjiong. Study of three-dimensional effect on crack of CCT aluminium alloy specimens by fractograph analysis[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2002, 3(2): 5-8. (in Chinese)
- [7] Klingbeil N W. A total dissipated energy theory of fatigue crack growth in ductile solids[J]. International Journal of Fatigue, 2003, 25(2): 117-128.
- [8] Fu D, Zhang L, Cheng J. An energy-based approach for fatigue crack growth[J]. Key Engineering Materials, 2006, 324/325: 379-382.
- [9] 李锋. 航空结构材料疲劳寿命预测模型研究[D]. 西安:空军工程大学,2007.
LI Feng. Research on fatigue life prediction model for aeronautical structural materials [D]. Xi'an: Air Force Engineering University, 2007. (in Chinese)
- [10] HE Yuting, LI Feng, FAN Chaohua. An effective energy

criterion on fatigue crack growth of metal materials[J]. Key Engineering Materials,2007,35:85-88.
[11] GUO Wanlin. Elastoplastic three-dimensional crack border field: III fracture parameters[J]. Engineering Fracture Mechanics,1995,51(1):51-57.
[12] 张田忠. 三维破坏力学和纳米力学中的关键问题研究[D]. 西安:西安交通大学,2001.
ZHANG Tianzhong. Research on some key problems in three-dimensional failure mechanics and nanomechanics [D]. Xi'an:Xi'an Jiaotong University,2001. (in Chinese)
[13] 何宇廷. 三维断裂准则及疲劳裂纹扩展模型研究[D]. 西安:西北工业大学,1997.
HE Yuting. A study of three dimensional fracture criteria and fatigue crack propagation model [D]. Xi'an: North-western Polytechnical University,1997. (in Chinese)
[14] Newman J C. A crack opening stress equation for fatigue crack growth[J]. International Journal of Fracture,1984, 24(4):131-135.
[15] American Society of Testing Materials. E561-08e1 Standard test method for K-R curve determination [S]. West Conshohocken,US;American Society of Testing Materials (ASTM),2009.
[16] Chermahini R G, Shivakumar K N, Newman J C, et al. Three-dimensional aspects of plasticity-induced fatigue crack closure[J]. Engineering Fracture Mechanics,1989, 34(2):393-401.
[17] WU Zhixue. On the through-thickness crack with a curve front in center-cracked tension specimens[J]. Engineering Fracture Mechanics,2006,73(7):2600-2613.
[18] American Society of Testing Materials. STP 410 plane strain fracture toughness of high strength metallic materials[S]. West Conshohocken,US;American Society of Testing Materials (ASTM),1966.